

MODULE CP23 : MÉCANIQUE I
 DS DE MÉCANIQUE I
 DURÉE DE L'ÉPREUVE : 1h30min

♣♣ N.B : LA CLARTÉ DE LA RÉDACTION SERA COMPTÉE SUR 1 POINT. ♣♣

EXERCICE 1 :

Un mobile M se déplaçant dans le plan Oxy du repère $\mathcal{R}(Oxyz)$, tel que :

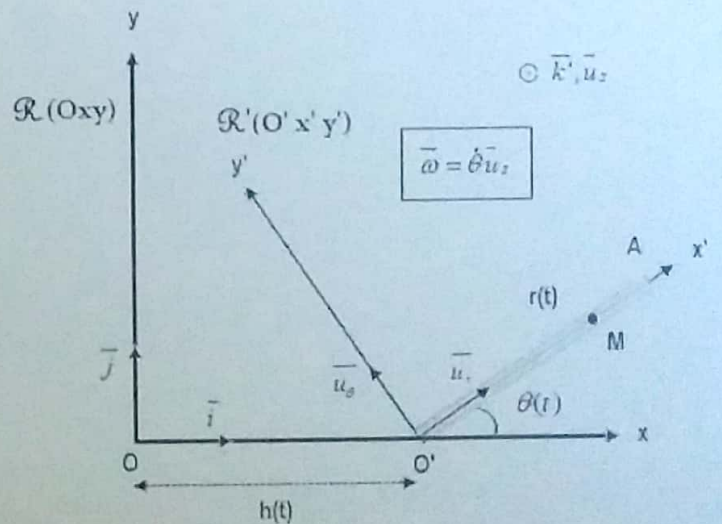
$$\vec{OM} = t \vec{i} + at^2 \vec{j}$$

- Déterminer l'équation de la trajectoire et donner sa nature.
- Déterminer les vecteurs vitesse \vec{V} et accélération \vec{a} . Calculer leurs modules.
- Dans un repère de Frenet, déterminer les composantes normale \vec{a}_N et tangentielle \vec{a}_T du vecteur accélération.
- En déduire le rayon de courbure R_c
- Déterminer les expressions des coordonnées polaires r et θ en fonction de t

EXERCICE 2 :

Dans un repère fixe $\mathcal{R}(Oxy)$ muni de la base orthonormée directe $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, un point O' est animé d'un mouvement le long de l'axe Ox , où $\vec{OO'} = h(t)$. Une tige mince $O'A$ tourne autour de O' dans le plan (Oxy) . Un mobile ponctuel M se déplaçant le long de la tige de O' vers A , tel que $\vec{O'M} = r(t)$ et $(\vec{i}', \vec{O'M} = \hat{\theta})$. On considère le référentiel mobile $\mathcal{R}'(O'x'y')$ d'origine O' dont l'axe $O'x'$ coïncide avec la tige $O'A$ et rapporté à la base polaire $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ (voir figure). Déterminer (en fonction de \vec{u}_r et \vec{u}_θ) :

- Les relations de passage $\{\vec{i}, \vec{j}\} = f(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$
- La vitesse et l'accélération de O' par rapport à \mathcal{R}
- Les vitesses relative et d'entraînement du mobile M
- Les accélérations, relative, d'entraînement et de Coriolis du point M .
- L'expression de la vitesse absolue



EXERCICE 3 :

Soit un système mécanique constitué d'une tige de masse négligeable, on soude à son extrémité, une petite boule métallique M de masse m . Celle-ci est reliée, d'un côté, à un ressort de constante de raideur k et de l'autre côté, à un amortisseur hydraulique de constante d'amortissement μ (voir figure). La boule est écartée d'un angle $\theta \leq 10^\circ$ de sa position d'équilibre (la verticale), est lâchée sans vitesse initiale. On rappelle que la boule est soumise, lors de son mouvement, à une force de frottement visqueux $\vec{f} = \mu \vec{v}$. Déterminer en justifiant la réponse :

1. L'expression de l'énergie cinématique E_c
2. L'expression de l'énergie cinématique E_p
3. L'expression de l'équation différentielle du mouvement (EDM) de la boule.
4. Si on suppose que le régime oscillatoire de la boule est sous amorti (ou aperiodique), quelle serait dans ce cas, la forme générale de la solution de l'EDM (sans résoudre).

